



**Profesor:  
Fortunato Mendoza**



# **ARITMÉTICA**

**GRUPO PITÁGORAS**

## NUMERACIÓN

---

## NUMERACIÓN DESCOMPOSICIÓN POLINÓMICA

---



## MOMENTO DE PRACTICAR

---

## PROBLEMAS Y RESOLUCIÓN

---



01. Si  $\overline{abc}_{(5)} = \overline{cba}_{(7)}$  entonces la suma de las cifras de  $\overline{abc}_{aa_{(3)}}$  cuando se convierte a base  $\overline{cc}$  es:

A) 5

B) 6

C) 7

D) 9

E) 11

## Resolución

Por dato:  $\overline{abc}_{(5)} = \overline{cba}_{(7)}$

Descomponiendo polinómicamente

$$a \cdot 5^2 + b \cdot 5 + c = c \cdot 7^2 + b \cdot 7 + a$$

$$25a + 5b + c = 49c + 7b + a$$

$$24a = 48c + 2b$$

$$12a = 24c + b$$

Obs:  $b = 0 \longrightarrow a = 2c$

Luego:  $c = 1 ; a = 2$

Piden:  $201_{22_{(3)}}$  a base 11

$$201_{22_{(3)}} = 201_{(8)} = 129 = 108_{(11)}$$

$$\sum \text{cifras} = 9$$

**Clave: D**

02. Escribiendo correctamente el número

$\overline{(3n-4)(2n+1)(2n-3)(3n-1)}_{(n)}$  ; con  $n > 4$ ;

halle  $n$ , sabiendo que la suma de sus cifras es 15.

A) 5

B) 6

C) 7

D) 8

E) 9

## Resolución

Sea  $N = \overline{(3n-4)(2n+1)(2n-3)(3n-1)}_{(n)}$

Corrigiendo:

$$N = \overline{\overbrace{(3n-4)}^2} \overbrace{(2n+1)}^2 \overbrace{(2n-3)}^2 \overbrace{(3n-1)}^2}_{(n)}$$

$$N = \overbrace{(3n-2)}^2 \overbrace{1}^1 \overbrace{(2n-1)}^1 \overbrace{(n-1)}^1}_{(n)}$$

$$N = \overline{2 \quad (n-2) \quad 2 \quad (n-1)(n-1)}_{(n)}$$

Dato:  $\sum \text{cifras} = 15$

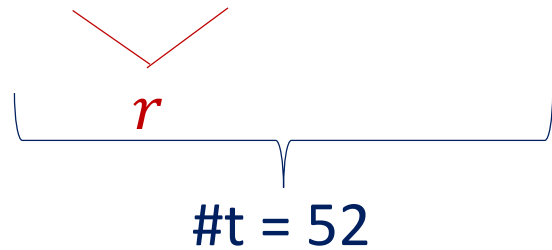
$$3n = 15 \rightarrow n = 5$$

**Clave: A**

03. En la siguiente progresión aritmética:  
 $\overline{a4a}$ ;  $\overline{a4b}$ ; .....;  $\overline{54b}$ ; se tienen 52 términos y  
 la razón es mayor que 2 y menor que 6. Hallar el valor de  
 "a+b"
- A) 8                      B) 10                      C) 12  
 D) 13                      E) 14

## Resolución

PA:  $\overline{a4a}$  ;  $\overline{a4b}$  ; .... ;  $\overline{54b}$



$r$

#t = 52

Como: #t = 52  $\rightarrow \frac{\overline{54b} - \overline{a4a}}{r} + 1 = 52$

$\overline{54b} - \overline{a4a} = 51r$       Obs:  $r=b-a$

$$\overline{54b} - \overline{a4a} = 51(b - a)$$

$$500 + b - 101a = 51b - 51a$$

$$500 = 50b + 50a$$

$$10 = b + a$$

**Clave: B**

04. La cantidad de números impares del sistema decimal que expresados en los sistemas de numeración 6; 8 y 13 tienen 5, 4 y 3 cifras respectivamente, es:

- A) 450                      B) 540                      C) 720  
D) 270                      E) 702

## Resolución

Sea N uno de los números:

Por dato N es impar

$$N = \overline{abcde}_{(6)} \rightarrow 6^4 \leq N < 6^5$$

$$N = \overline{mnpq}_{(8)} \rightarrow 8^3 \leq N < 8^4$$

$$N = \overline{xyz}_{(13)} \rightarrow 13^2 \leq N < 13^3$$

Intersectando:

$$6^4 \leq N < 13^3$$

$$1296 \leq N < 2197$$

Como N es impar

$$N = 1297; 1299; 1301; \dots; 2195$$

$$N \text{ toma: } \frac{2195 - 1297}{2} + 1 = 450 \text{ valores}$$

**Clave: A**

05. Dados dos sistemas de numeración se observa que uno de ellos tiene 68 números capicúas de tres cifras, más que el otro. Indicar el sistema de base menor, si la suma de dichas bases es 18.

A) Binario      B) Ternario      C) Quinario      D) Heptal      E) Nonario

## Resolución

Sean  $m$  y  $n$  las bases de los sistemas de numeración

Por dato :  $m + n = 18$

Por el método combinatorio

$$1^\circ) \quad \overline{a \quad b \quad a}_{(m)}$$

$$(m-1) * m = (m-1)m \# s$$

$$2^\circ) \quad \overline{c \quad d \quad c}_{(n)}$$

$$(n-1) * n = (n-1)n \# s$$

Por dato:  $(m-1)m - (n-1)n = 68 \rightarrow m^2 - n^2 - m + n = 68$

$$(m+n)(m-n) - (m-n) = 68 \rightarrow 18(m-n) - (m-n) = 68$$

$$17(m-n) = 68 \rightarrow (m-n) = 4 \rightarrow m = 11; n = 7 \quad \text{Rpta: Heptal}$$

**Clave: D**



06. Si:  $\overline{\left(\frac{9}{m}\right)\left(\frac{6}{m}\right)\left(\frac{15}{m}\right)}_{(2m+1)} = \overline{ab(m+1)}_n$

Calcular "m x n"

A) 12

B) 15

C) 18

D) 20

E) 24

**Resolución:**

Se tiene:  $\overline{\left(\frac{9}{m}\right)\left(\frac{6}{m}\right)\left(\frac{15}{m}\right)}_{(2m+1)} = \overline{ab(m+1)}_n$

Obs:  $m = 3 \rightarrow 325_{(7)} = \overline{ab4}_{(n)} \rightarrow 166 = \overline{ab4}_{(n)} \rightarrow 166 = \overline{ab}_{(n)} \cdot n + 4$

$162 = \overline{ab}_{(n)} \cdot n$  Obs:  $162 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$

Se cumple:  $n^2 \leq 166 < n^3 \rightarrow n = 6; 9$

Si  $n = 6 \rightarrow 27 = \overline{ab}_{(6)} \rightarrow 43_{(6)} = \overline{ab}_{(6)} \rightarrow m \cdot n = 3 \cdot 6 = 18$

Si  $n = 9 \rightarrow 18 = \overline{ab}_{(9)} \rightarrow 20_{(9)} = \overline{ab}_{(9)} \rightarrow m \cdot n = 3 \cdot 9 = 27$

**Clave: C**

07. Si un número capicúa de 3 cifras de base “n” se escribe con 3 cifras en base 9; donde su primera cifra es mayor que 5 y la cifra de primer orden es “n”. Calcular la suma de cifras del número capicúa.

A) 16

B) 18

C) 20

D) 22

E) 24

## Resolución

Por dato:  $\overline{aba}_{(n)} = \overline{cdn}_{(9)}$  ;  $c > 5$

Se cumple:  $5 < \overset{-}{c} < \overset{+}{a} < \overset{+}{n} < 9$

$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$   
 6    7    8

Reemplazando:  $\overline{7b7}_{(8)} = \overline{6d8}_{(9)}$

Descomponiendo polinómicamente

$$7 \cdot 8^2 + b \cdot 8 + 7 = 6 \cdot 9^2 + d \cdot 9 + 8$$

$$455 + 8b = 494 + 9d$$

$$8b = 39 + 9d$$

Obs:  $b = 6 \rightarrow d = 1$

Luego:  $\overline{aba}_{(n)} = \overline{767}_{(8)}$

Piden:  $7 + 6 + 7 = 20$

**Clave: C**

08. Se tiene la siguiente progresión aritmética:  
 $a; \overline{bc}; \overline{db}; \overline{de}; \dots (a < 10)$ . Hallar la suma de los 10 primeros términos, sabiendo que el término de lugar 100 es  $\overline{(e-b)03}$
- A) 280                      B) 300                      C) 320  
D) 360                      E) 390

## Resolución

$$\text{PA: } a; \overline{bc}; \overline{db}; \overline{de} \dots (a < 10)$$

$\swarrow$        $\swarrow$        $\swarrow$   
 $r$        $r$        $r$

$$\text{Dato: } a_{100} = \overline{(e-b)03} \rightarrow a + 99r = \overline{r03}$$

$$a = r + 3$$

$$\text{Obs: } b=1; d=2; \overline{1c} + r = 21 \rightarrow c + r = 11$$

$$a + r = \overline{1c} \rightarrow \begin{matrix} 2r + 3 = \overline{1c} \\ \downarrow \quad \downarrow \\ 6 \quad \quad 5 \end{matrix}$$

$$\text{PA: } 9; 15; 21; \dots \dots; N$$

$\swarrow$        $\swarrow$   
 $6$        $6$

$$\#t=10 \rightarrow \frac{N-9}{6} + 1 = 10 \rightarrow N=63$$

$$\text{Piden: } S = \left( \frac{9+63}{2} \right) 10$$

$$S = 360$$

**Clave: D**

09. En la numeración de las primeras  $\overline{aa(a-1)}_5$  páginas de un libro en base 5, se utilizaron  $\overline{2(a+1)(a+1)}_5$  cifras.

Halle  $a$ .

A) 2

B) 3

C) 4

D) 6

E) 1

10. ¿Cuántos números naturales de 3 cifras de sistema de base 8, siempre utilizan la cifra 4 en su escritura?

- A) 180      B) 294      C) 114      D) 154      E) 256

## Resolución

Si del total de números le quitamos los números que no utilizan cifra 4“, entonces nos dará los números que si utilizan la cifra 4”

1°) Total de números

$$\begin{array}{ccc} \overline{a} & \overline{b} & \overline{c} \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ 7 & * & 8 \\ & & * & 8 \\ & & & = 448 \#s \end{array} \quad (8)$$

2°) No utilizan cifra “4”

$$\begin{array}{ccc} \overline{a} & \overline{b} & \overline{c} \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ 6 & * & 7 \\ & & * & 7 \\ & & & = 294 \#s \end{array} \quad (8)$$

Si utilizan cifra “4” :  $448 - 294 = 154 \#s$

**Clave: D**



## FIN DE LA SESIÓN

PRACTICA Y APRENDERÁS